Les objets fractales : entre art et dynamique

Les mathématiques de l'autosimilitude

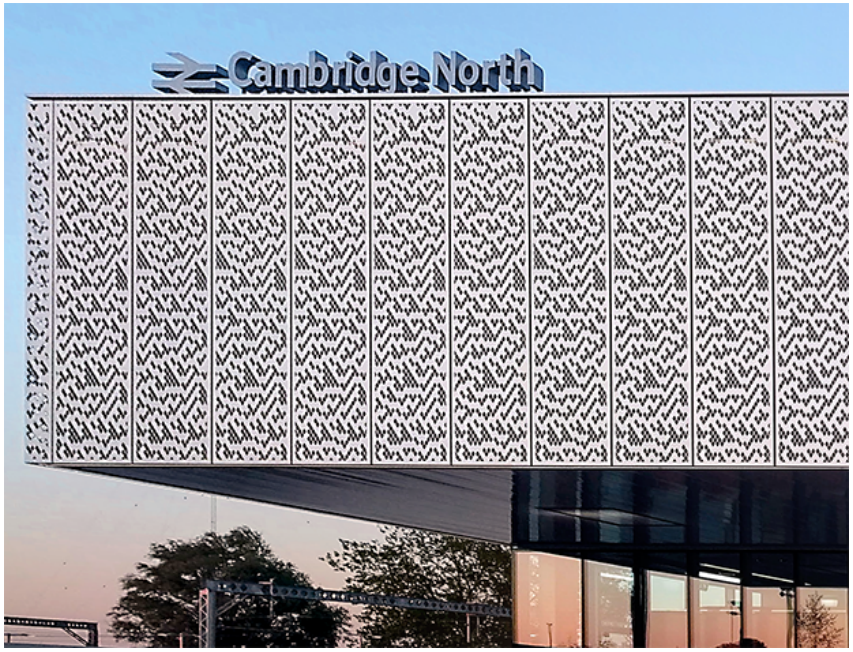
M. Veruete[1]

[1]Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck
Université de Montpellier

UTT, 2018

Des maths connues du grand public

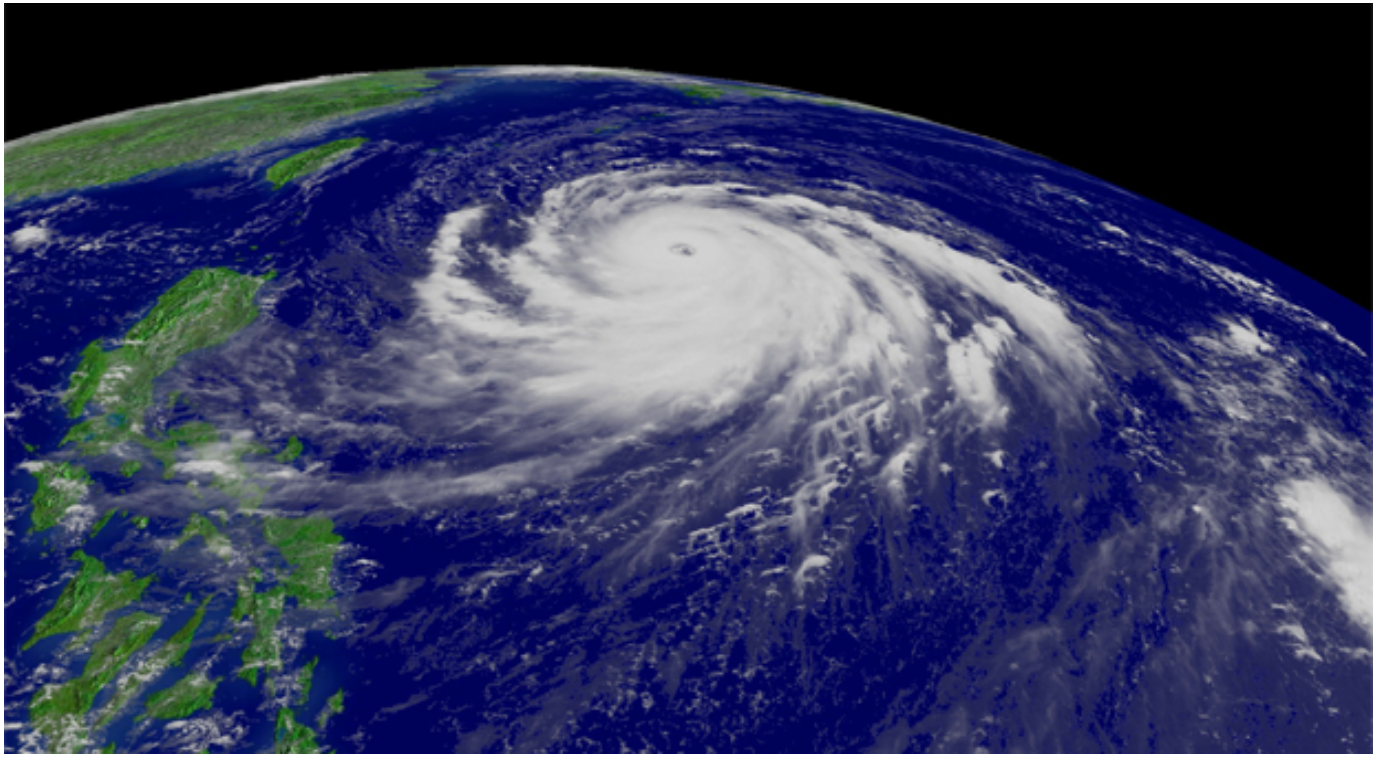
Effet papillon, chaos, fractales, jeu de la vie...



Ce sont des concepts provenant d'un très vaste domaine des mathématiques que l'on appelle ...

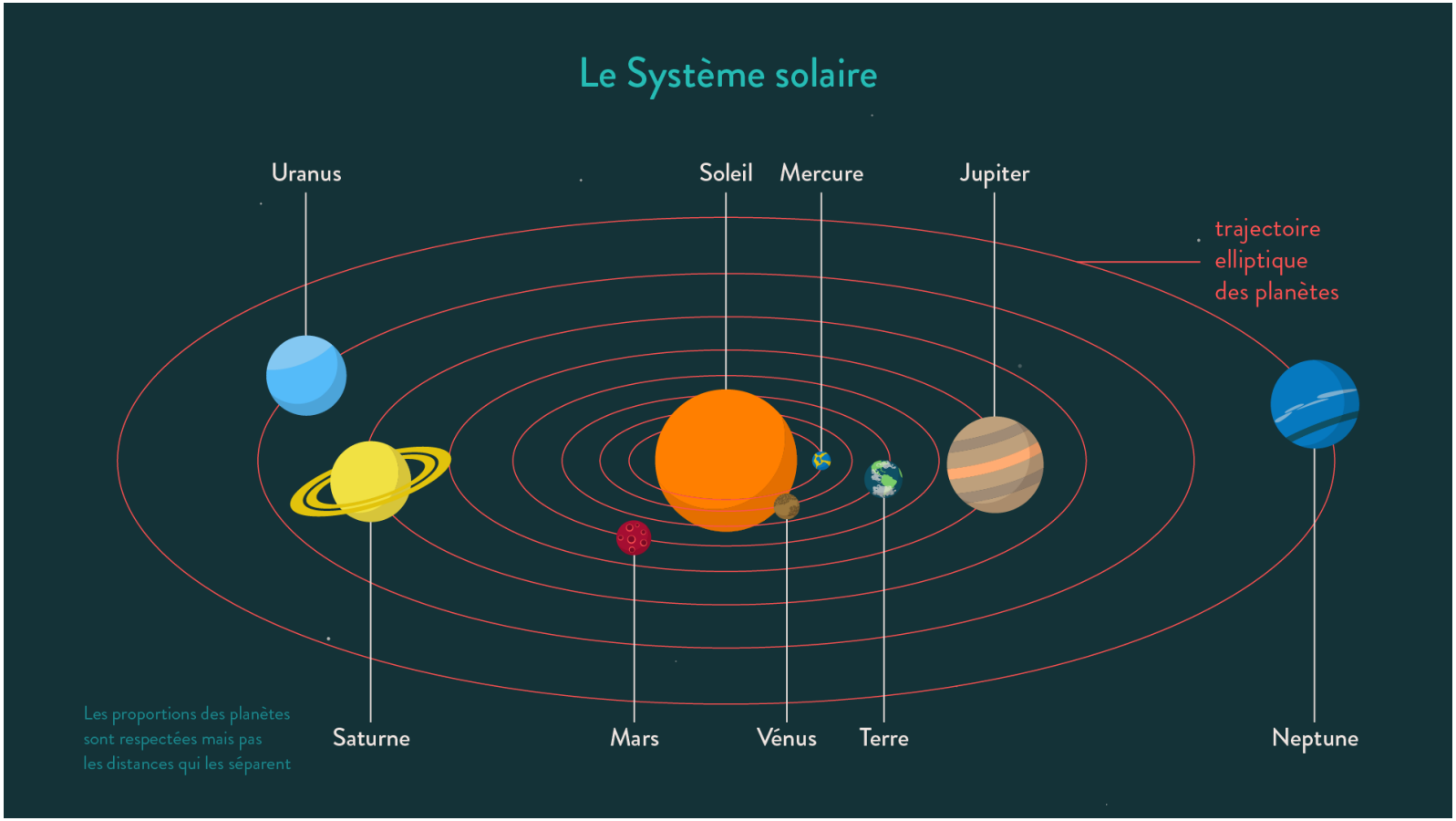
Systèmes dynamiques

"Ce sont des systèmes qui évoluent dans le temps"



Henri Poincaré: phyisicen, géomètre, dynamicien...

Le système solaire est-il stable?

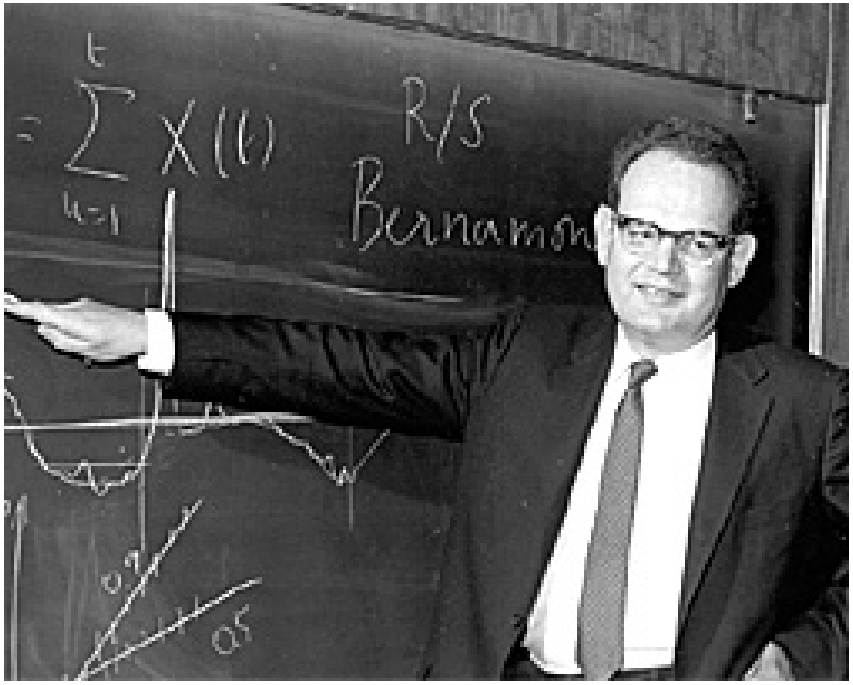


Systèmes dynamiques:

Équations différentielles, Suites récurrentes, Billards, Automates Cellulaires, Dynamique symbolique, ...

$$\dot{x} = \sigma(y - x)$$
$$\dot{y} = \rho x - y - xz$$
$$\dot{z} = -\beta z + xy$$

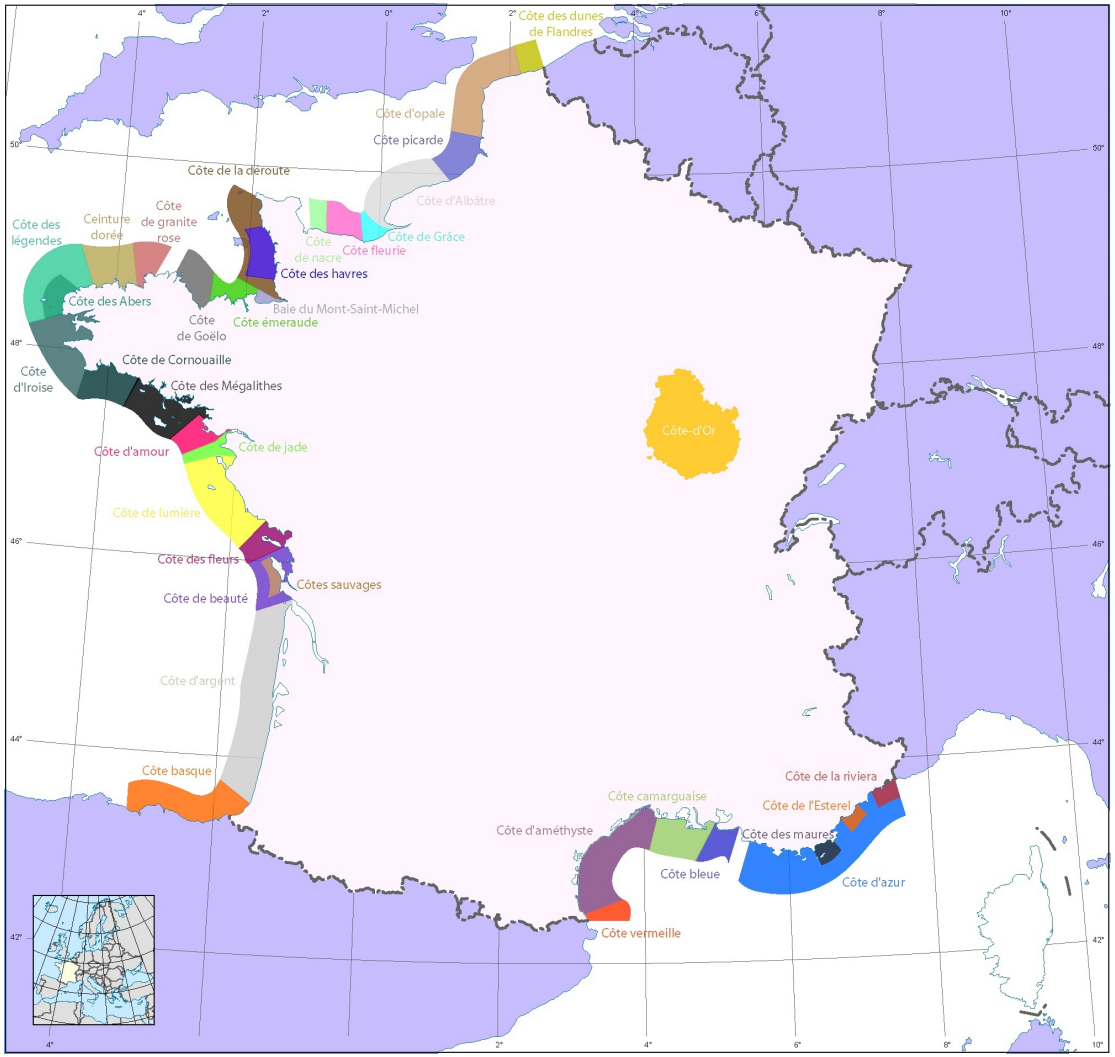
Un mathématicien marginal: B. Mandelbrot



1. Aime plus les dessin que les formules
2. Ne se sent pas à l'aise dans le milieu universitaire
3. Rentre à IBM

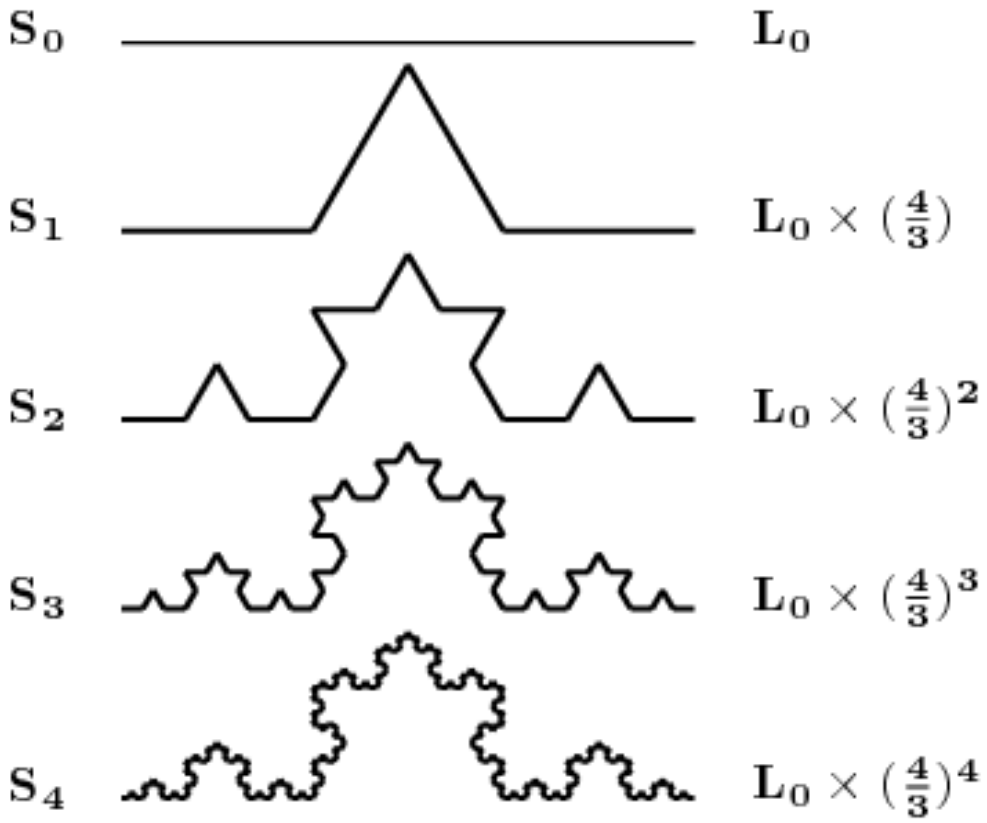
Un objet est dit fractal, s'il possède une propriété d'auto-similitude.

Quelle est la longueur de la côte Française?

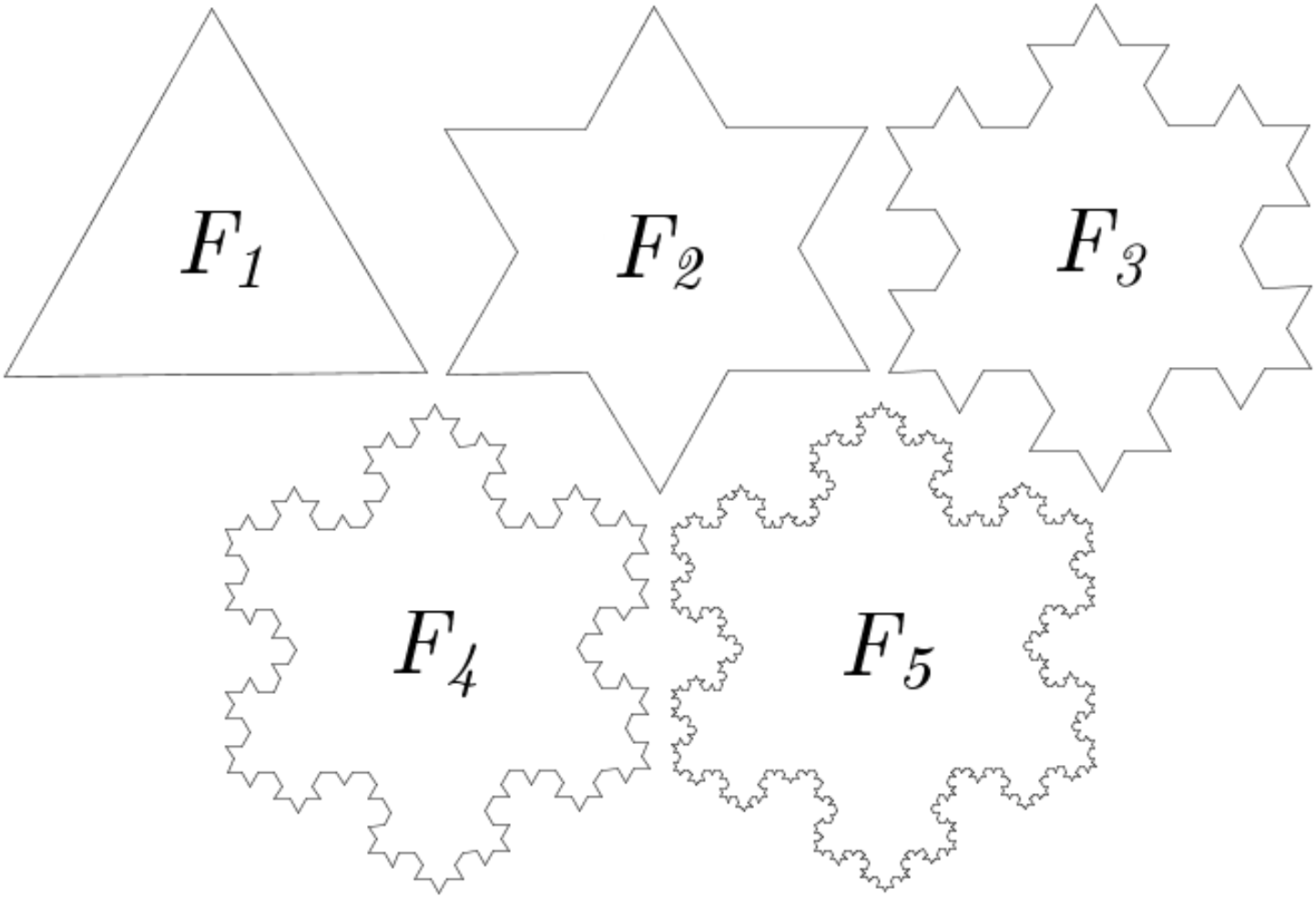


départ
samedi 10 août 2013
La Roche-sur-Yon
1 - La Rochelle (94km)
2 - Ronce (85km)
3 - Montalivet (76km)
4 - Le Porge Océan (74km)
5 - Mios (60km)
+ boucle Arcachon (45km)
6 - Mimizan (80km)
7 - Léon (71km)
8 - Ondres (48km)
9 - St-Jean de Luz (73km)
10 - Hasparren (45km)
OCÉAN
ATLANTIQUE
Golfe de Gascogne
vélodyssée
chemin de St-Jacques
ESPAGNE
PAYS DE LA LOIRE
POITOU-CHARENTES
AQUITAINE
Saint-Nazaire
Nantes
Niort
La Rochelle
Rochefort
Saintes
Royan
Bordeaux
Arcachon
Mimizan
Mont-de-Marsan
Dax
Bayonne
Biarritz
0 km
25
50 km

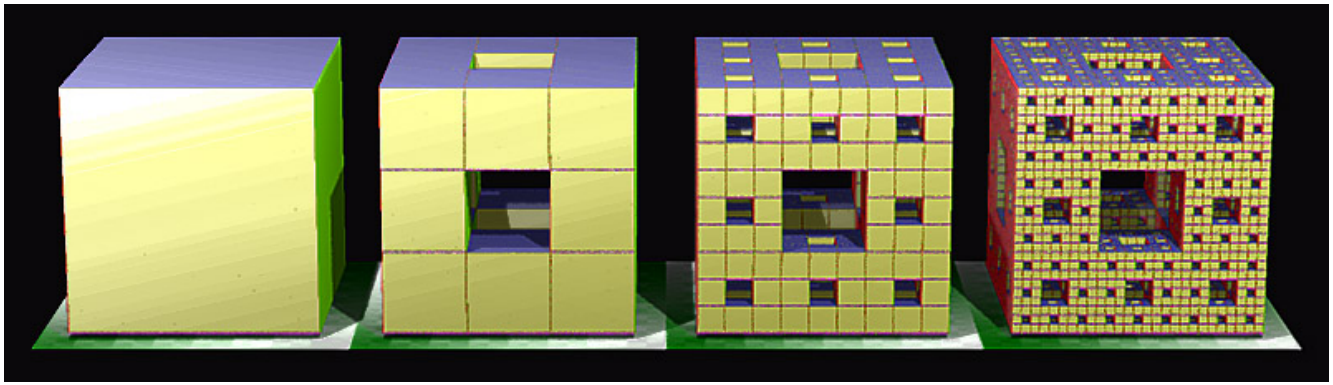
Le flocon de Von Koch



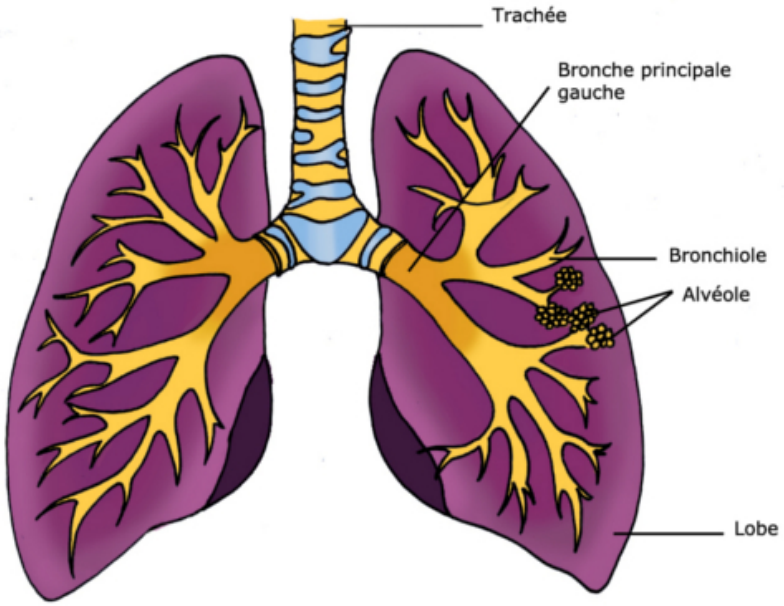
Le flocon de Von Koch



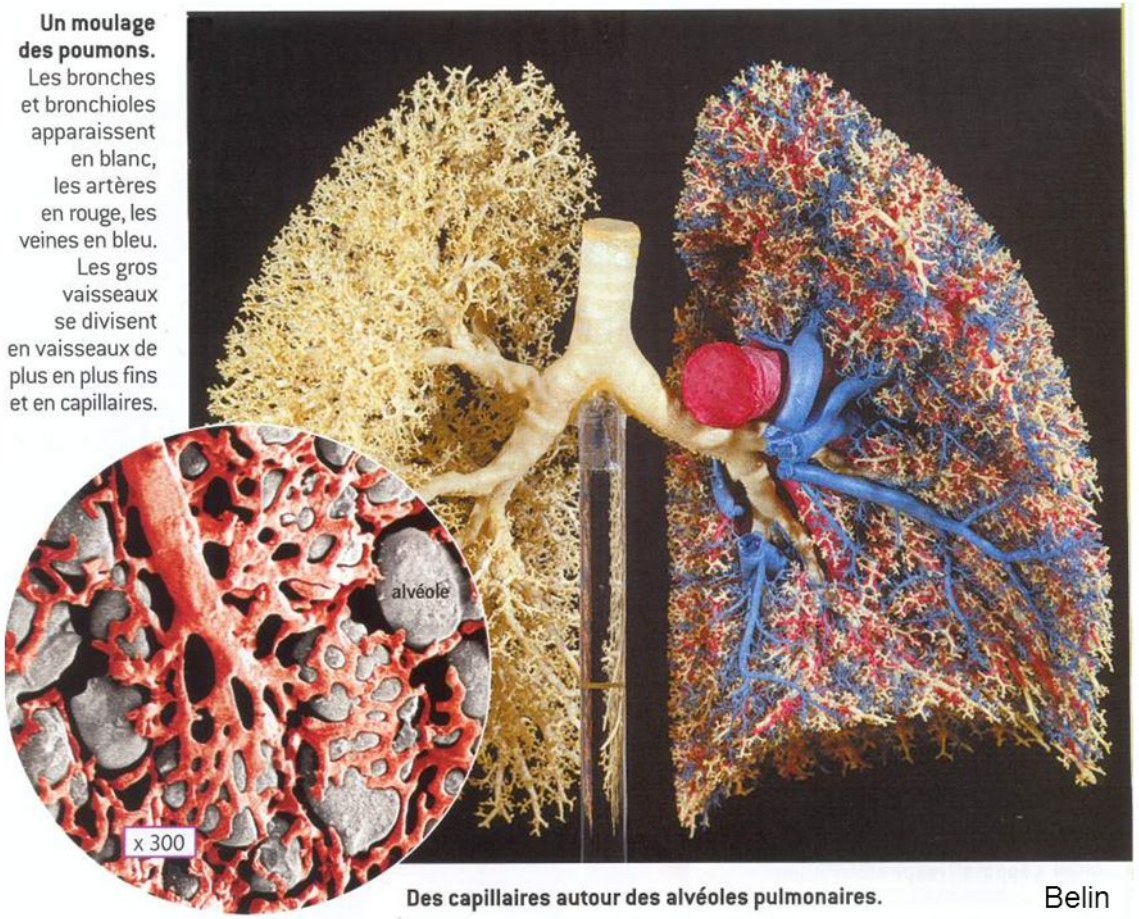
L'éponge de Menger



Pneumologie!



Pneumologie!

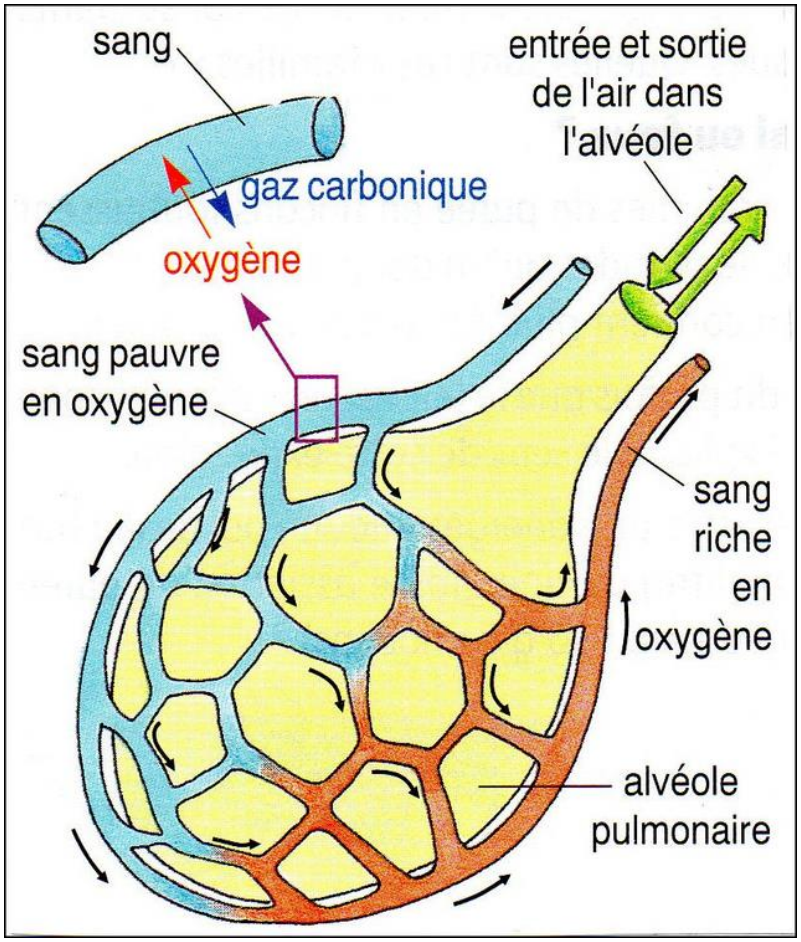


Un moulage des poumons. Les bronches et bronchioles apparaissent en blanc, les artères en rouge, les veines en bleu. Les gros vaisseaux se divisent en vaisseaux de plus en plus fins et en capillaires.

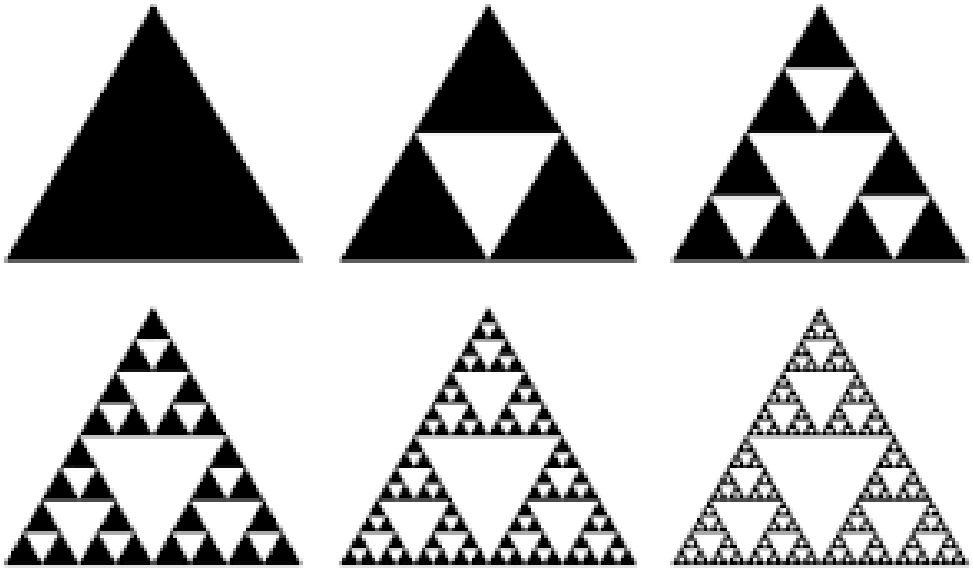
Des capillaires autour des alvéoles pulmonaires.

Belin

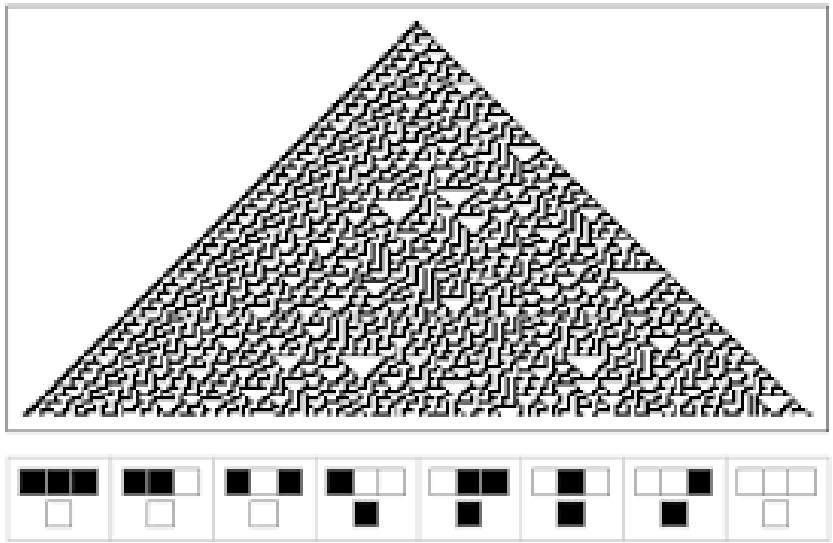
Pneumologie!



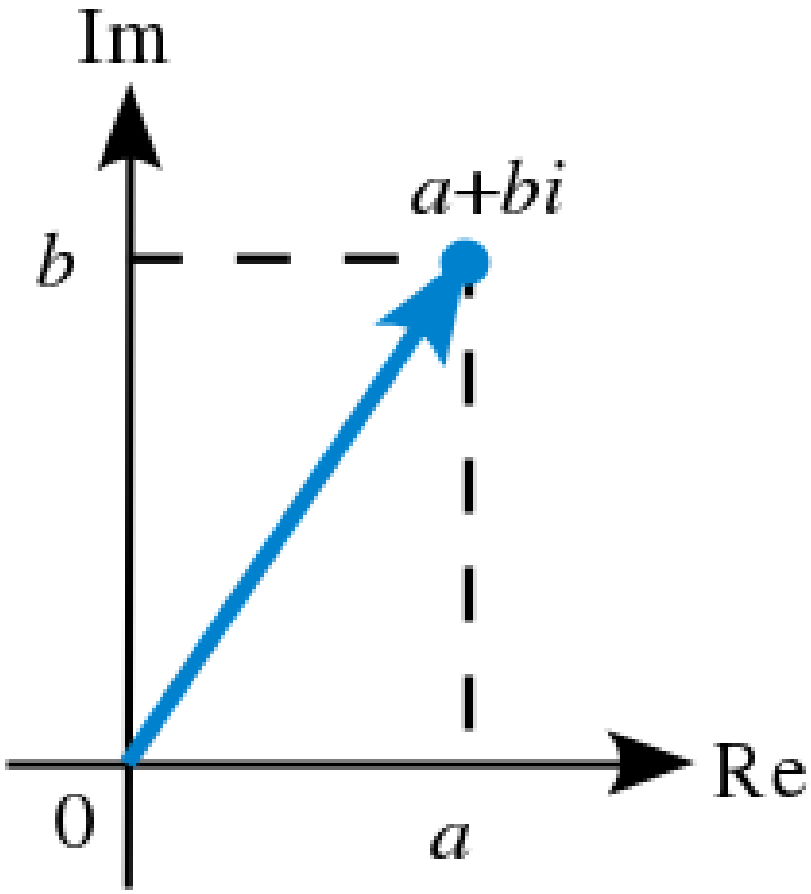
Sierpinski



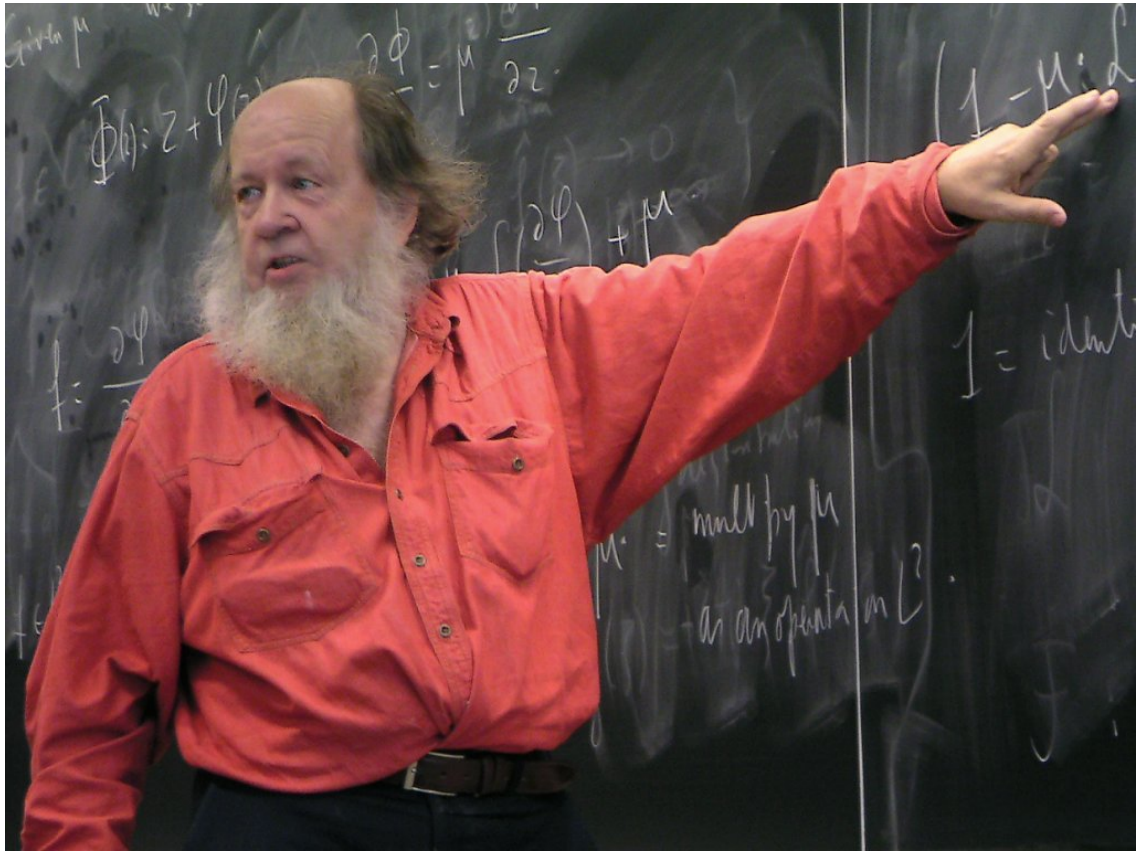
S. Wolfram and the comuptational universe



Nombres complexes= points du plan



Douday et la dynamique du lapin



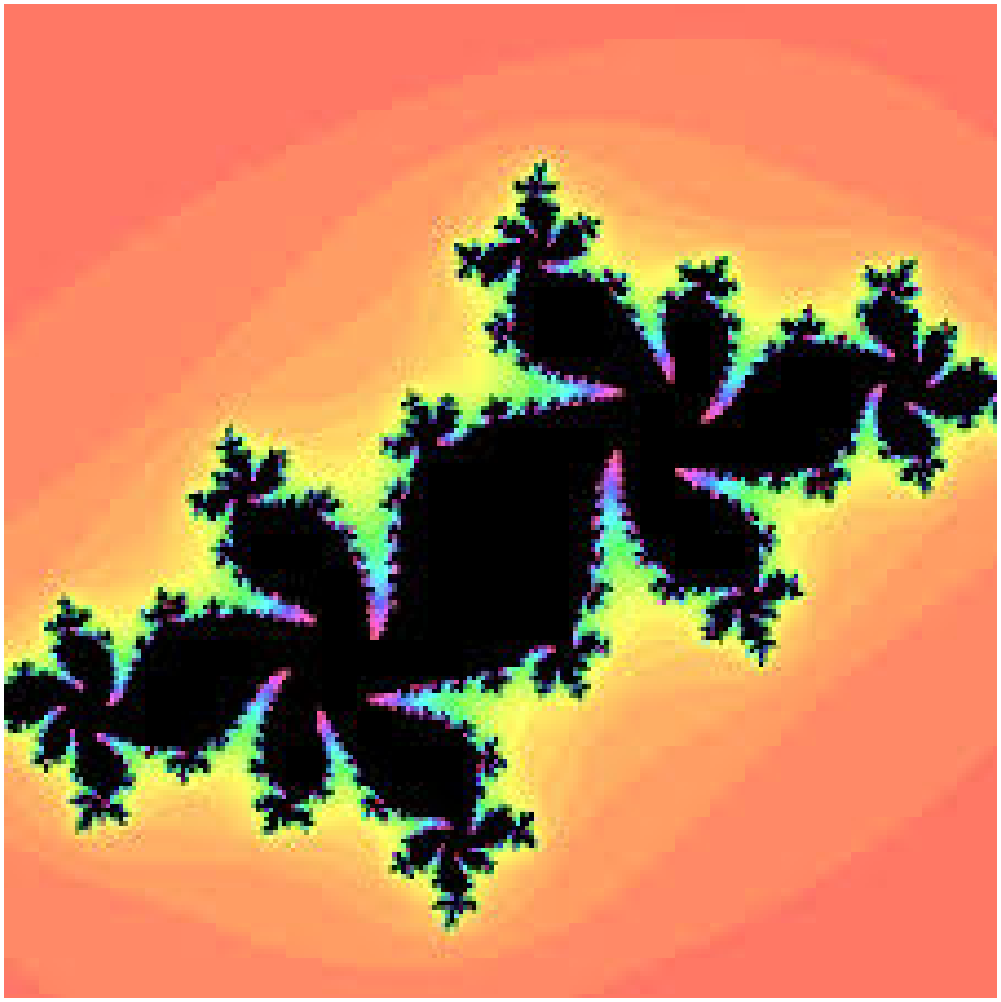
L'ensemble de Julia

Le mot clé: itération! répéter plusieurs fois la même action:

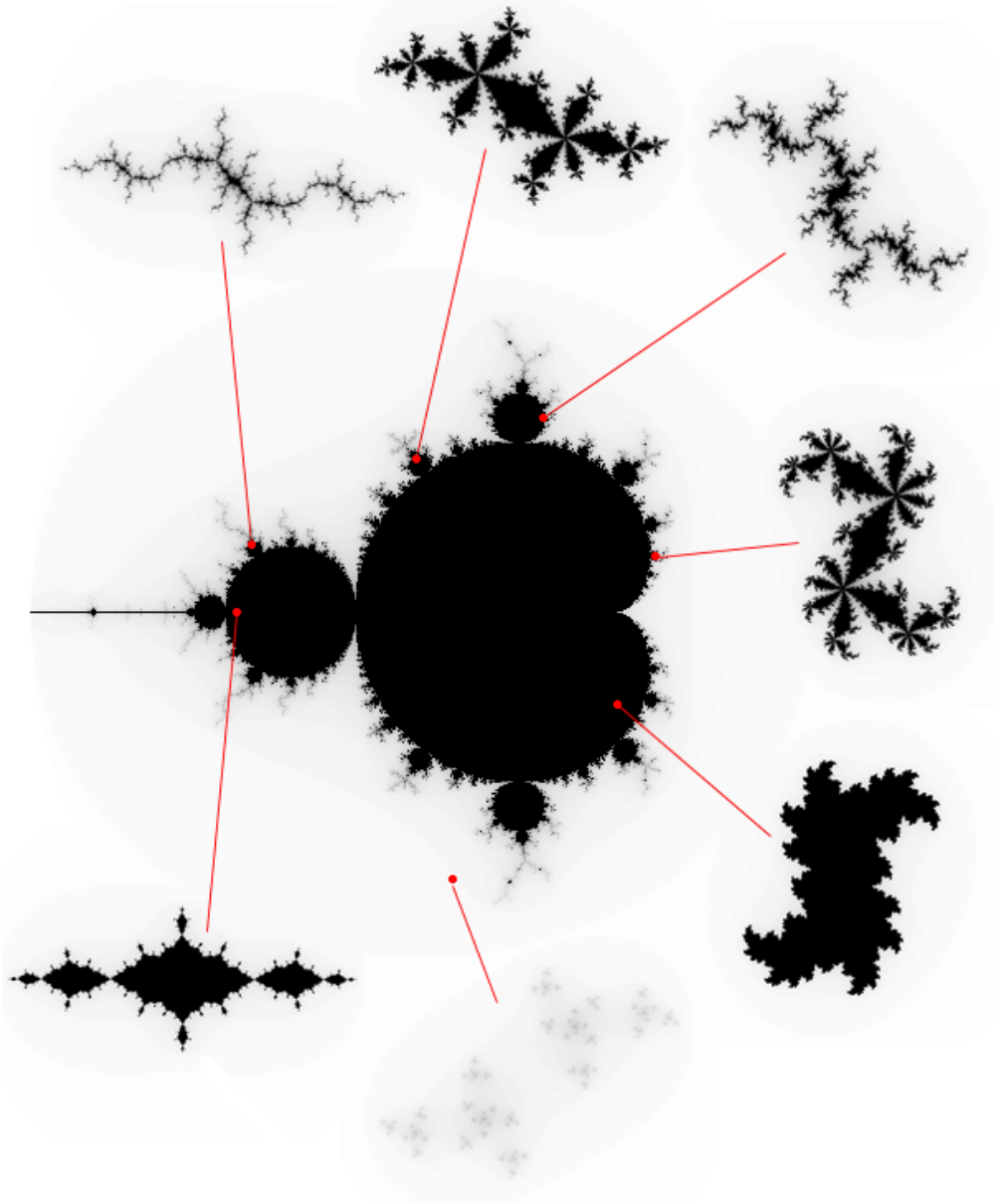
$$\begin{cases} z_{n+1} = z_n^2 + c \\ z_0 = \textit{point initial} \end{cases}$$

Colorions différemment les poins qui s'échappent et ceux qui ne s'échappent pas!

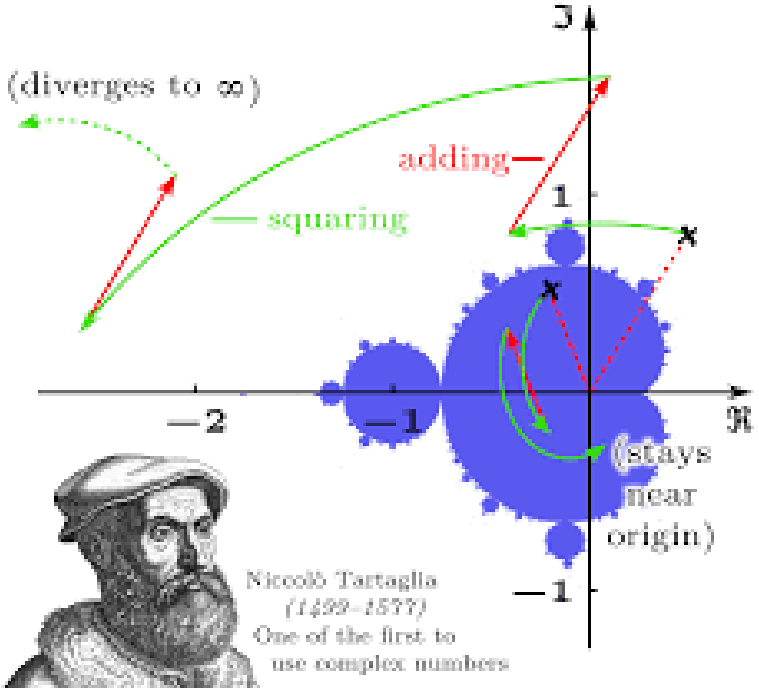
Ensemble de Julia pour une valeur de c particulière



Ensembles de Julia et Mandelbrot



Ensembles de Julia et Mandelbrot



Applications des fractales

1. Extraction pétrolière
2. Télécommunication, antennes
3. Marché financier
4. Industrie d'animations virtuelles (films)
5. Design

Lectures/films conseillées

1. Les objets fractales, B. Mandelbrot
2. Cahos, films `http://www.chaos-math.org/fr`
3. La dynamique du lapin `https://www.canal-u.tv/video/cerimes/la_dynamique_du_lapin.10396`